

# PROGRAMLANABİLİR DENETLEYİCİLER

## DERS – 02

### Sayı Sistemleri

#### i. SAYI SİSTEMLERİ

Büyüklikleri ifade etmek amacıyla kullanılan sembollere sayı adı verilir. Sayı sistemleri tabanlarına göre isim alırlar. Günlük hayatımızda on tabanlı (Onlu: Decimal) sayı sistemi kullanılmasına rağmen, mikroişlemci tabanına göre çalışan sistemlerde aşağıdaki sayı sistemleri kullanılır.

SAYI SİSTEMLERİ			
ONLU (Decimal)	SEKİZLİ (Octal)	ONALTI (Hexadecimal)	İKİLİ (Binary)
0	0	0	0000 0000
1	1	1	0000 0001
2	2	2	0000 0010
3	3	3	0000 0011
4	4	4	0000 0100
5	5	5	0000 0101
6	6	6	0000 0110
7	7	7	0000 0111
8	10	8	0000 1000
9	11	9	0000 1001
10	12	A	0000 1010
11	13	B	0000 1011
12	14	C	0000 1100
13	15	D	0000 1101
14	16	E	0000 1110
15	17	F	0000 1111

BCD
0000 0000
0000 0001
0000 0010
0000 0011
0000 0100
0000 0101
0000 0110
0000 0111
0000 1000
0000 1001
0001 0000
0001 0001
0001 0010
0001 0011
0001 0100
0001 0101

Sadece BCD sayı sistemi bir gösterim şeklidir. Bunun dışındaki bütün sayılar aynı yapıya sahiptir. BCD sayı sistemi decimal sayıların ikili sistem ile gösterildiği durumdur. Bitler sağdan sola doğru 4'er bit olarak ayrılır. Her 4 bitlik grup birden dokuza kadar bir decimal sayıyı ifade eder. En sağdaki 4 bit ile birler basamağını, sola doğru ikinci 4 bitlik grup onlar basamağını, daha sonraki yüzler v.b. ifade eder. (0001 0101=15)

Sayıları oluşturan semboller buldukları sıraya göre konumsal değer alır ve konum tabanlarına göre isimlendirilir.

Örneğin, yakından tanıdığımız onlu sayı sisteminde "4626" rakamında bulunan "6" rakamı iki ayrı yerde kullanılmış ve farklı değerlere sahiptir.en sağdaki "6" rakamı ile "birler" basamağındadır ve sayısal değeri "6x1=6" dır. Buna karşılık sağdan üçüncü sıradaki "6" rakamı "yüzler" basamağındadır ve sayısal değeri "6x100=600" dır. Bu yapı bütün sayı sistemlerinde aynıdır. Değişen sadece sayı ve o sayının konumuna göre aldığı değerdir.

Z.X <sup>Y7</sup>	Z.X <sup>Y6</sup>	Z.X <sup>Y5</sup>	Z.X <sup>Y4</sup>	Z.X <sup>Y3</sup>	Z.X <sup>Y2</sup>	Z.X <sup>Y1</sup>	Z.X <sup>Y0</sup>
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

Z: Sayı değeri X: Konum değeri Y: Basamak değeri

Z.X <sup>Y7</sup>	Z.X <sup>Y6</sup>	Z.X <sup>Y5</sup>	Z.X <sup>Y4</sup>	Z.X <sup>Y3</sup>	Z.X <sup>Y2</sup>	Z.X <sup>Y1</sup>	Z.X <sup>Y0</sup>
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

Z: Sayı değeri X: Konum değeri Y: Basamak değeri

Sayı Değeri (Z)	Onlu Sistem	1	2	3	4	5	6	7	8	9						
	İkili Sistem	0	1													
	Sekizli Sistem	1	2	3	4	5	6	7								
	Onaltılı Sistem	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

Bit Numarası			13	-	-	-	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Konum Tabanı (X)	Onlu Sistem	-	10 <sup>13</sup> (...)	-	-	-	10 <sup>9</sup> (...)		10 <sup>7</sup> (...)	10 <sup>6</sup> (1000000)	-	10 <sup>4</sup> (10000)	10 <sup>3</sup> (1000)	10 <sup>2</sup> (100)	10 <sup>1</sup> (10)	10 <sup>0</sup> (1)
	İkili Sistem	-	2 <sup>13</sup> (...)	-	-	-	2 <sup>9</sup> (...)		2 <sup>7</sup> (...)	2 <sup>6</sup> (64)	-	2 <sup>4</sup> (16)	2 <sup>3</sup> (8)	2 <sup>2</sup> (4)	2 <sup>1</sup> (2)	2 <sup>0</sup> (1)
Basamak Değeri (Y)	Sekizli Sistem	-	8 <sup>13</sup> (...)	-	-	-	8 <sup>9</sup> (...)		8 <sup>7</sup> (...)	8 <sup>6</sup> (262144)	-	8 <sup>4</sup> (4096)	8 <sup>3</sup> (512)	8 <sup>2</sup> (64)	8 <sup>1</sup> (8)	8 <sup>0</sup> (1)
	Onaltılı Sistem	-	16 <sup>13</sup> (...)	-	-	-	16 <sup>9</sup> (...)		16 <sup>7</sup> (...)	16 <sup>6</sup> (16777216)	-	16 <sup>4</sup> (65536)	16 <sup>3</sup> (4096)	16 <sup>2</sup> (256)	16 <sup>1</sup> (16)	16 <sup>0</sup> (1)

“- - - 5 - - <sub>10</sub>” onlu (Decimal) sayı sisteminde yer alan beş rakamı sağdan 3.sırada ve basamak değeri “2”dir. Dolayısı ile bu rakam “ $5 \times 10^2 = 500$ ” sayısal değerini alır.

“- - 1 - - - <sub>2</sub>” ikili (Binary) sayı sisteminde yer alan “1” rakamı sağdan 4.sırada ve basamak değeri “3” dür. Dolayısı ile bu rakam “ $1 \times 2^3 = 8$ ” sayısal değerini alır.

Sayının sağ alt köşesine yazılan ifade, sayı değerinin hangi sistemle ifade edildiğini gösterir.günlük yaşamımızda onluk sayı sistemini kullandığımız için, eğer sayının sağ alt köşesinde bir tanımlama yoksa o sayının onlu sisteme göre yazıldığı kabul edilir.

Sayıları oluşturan sembollerin basamak değerlikleri soldan sağa doğru yükselir. Yani en düşük değerlikli sembol en sağda en yüksek değerlikli sembol en soldadır.

### 1. Onlu (Desimal) Sayı Sistemi

Günlük yaşamımızda kullandığımız sistemdir. On adet rakamla (0-1-2-3-4-5-6-7-8-9) ifade edilir. Yukarıda anlatılan yöntemle değeri hesaplanır.

	$X^7$	$X^6$	$X^5$	$X^4$	$X^3$	$X^2$	$X^1$
Sayı Değeri			3	2	5	1	8
$32518_{10}$	“	“	$3 \times 10^4 = 30000$	$2 \times 10^3 = 2000$	$5 \times 10^2 = 500$	$1 \times 10^1 = 10$	$8 \times 10^0 = 8$
Sayıları oluşturan sembollerin konumlarına göre aldıkları değerlikleri topladıklarında asıl sayı ortaya çıkar.							
$30000 + 2000 + 500 + 10 + 8 = 32518$							

Sıkça kullandığımız ve alışık olduğumuz bir sistem olduğundan, yukarıda anlatılan işlemleri farkında olmadan ve çok hızlı bir şekilde yapmaktayız

## 2. İkili (Binary) Sayı Sistemi

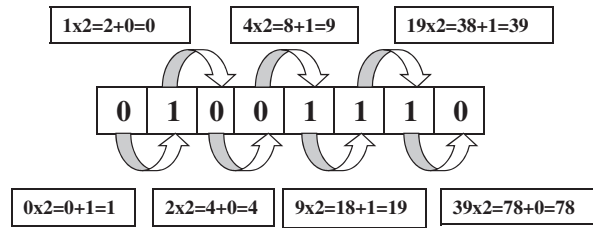
İkili sayı sisteminde kullanılan semboller “0” ve “1”dir.yine yukarıda anlatılan yöntemde olduğu gibi; bir basamakta bulunan rakam, o basamağın konum ağırlığı ile çarpılarak elde edilen sonuçlar toplanır.

### İkili Sayı Sisteminde Bir Sayı Değerinin Onlu Sayıya Dönüştürülmesi

Yöntem 1

	$X^7$	$X^6$	$X^5$	$X^4$	$X^3$	$X^2$	$X^1$
Sayı Değeri		1	0	1	1	0	1
$101101_2$	“	$1 \times 2^5 = 32$	$0 \times 2^4 = 0$	$1 \times 2^3 = 8$	$1 \times 2^2 = 4$	$0 \times 2^1 = 0$	$1 \times 2^0 = 1$
Sayıları oluşturan rakamların konumlarına göre aldıkları değerlikleri toplanarak sonuç bulunur.							
$32+0+8+4+0+1=45$							

Yöntem 2



En soldaki rakam “2” ile çarpılır, sağındaki rakam ile toplanarak onun yerine yazılır.

## 2. İkili (Binary) Sayı Sistemi

### b) Onlu Sayı Sisteminde Bir Sayı Değerinin İkili Sayıya Dönüştürülmesi

onlu sayı ile ifade edilen değer “2”ye bölündüğünde, kalan hanesindeki rakamlar o sayının ikili karşılığıdır

İŞLEM	BÖLÜM	KALAN	
78:2	39	0	Kalan sütunundaki ifade aşağıdan yukarıya doğru yazılarak sonuç elde edilir.  $1001110_2 = 78_{10}$
39:2	19	1	
19:2	9	1	
9:2	4	1	
4:2	2	0	
2:2	1	0	
1:2	0	1	

### 3. Sekizli (Oktal) Sayı Sistemi

Sekiz adet rakamdan (0-1-2-3-4-5-6-7) meydana gelen, konumsal bir sayı sistemidir. oktal rakamlar üç bitlik ikili sayılarla ifade edilir.

#### a) Sekizli Sayı Sisteminde Bir Sayı Değerinin Onlu Sayıya Dönüştürülmesi

	$X^{Y7}$	$X^{Y6}$	$X^{Y5}$	$X^{Y4}$	$X^{Y3}$	$X^{Y2}$	$X^{Y1}$
Sayı Değeri			5	2	1	3	4
$52134_8$			$5 \times 8^4 = 20480$	$2 \times 8^3 = 1024$	$1 \times 8^2 = 64$	$3 \times 8^1 = 24$	$4 \times 8^0 = 4$

Sayıları oluşturan sembollerin konumlarına göre aldıkları değerlikleri topladıklarında asıl sayı ortaya çıkar.

$$20480 + 1024 + 64 + 24 + 4 = 21596$$

#### b) Onlu Sayı Sisteminde Bir Sayı Değerinin Sekizli Sayıya Dönüştürülmesi

İŞLEM	BÖLÜM	KALAN	Elde edilen sonuç aşağıdan yukarıya gelecek şekilde yan yana yazılarak sekizli olarak sonuca ulaşılır. $1637_8 = 927_{10}$
927:8	115	7	
115:8	14	3	
14:8	1	6	
1:8	1	1	

#### c) Sekizli Sayı Sisteminde Bir Sayı Değerinin İkili Sayıya Dönüştürülmesi

SEKİZLİ SAYI	1637	405
İKİLİ SAYI	001 110 011 111	100 000 101

#### 4. Onaltılı(hexadesimal) Sayı Sistemi

Onaltılı sayı sistemleri özellikle mikroşlemci tabanlı sistemlerde oldukça yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu sistemde 16 adet sembol (0-1-2-3-4-5-6-7-8-9-A-B-C-D-E-F) kullanılmaktadır. “0” dan “15”e kadar onlu sayılar tek basamakta ifade edilebilmektedir. Hexadesimal rakamlar ikili sayılarda dört bit ile ifade edilir.

##### a) Onaltılı Sayı Sisteminde Bir Sayı Değerinin Onlu Sayıya Dönüştürülmesi

	$X^Y7$	$X^Y6$	$X^Y5$	$X^Y4$	$X^Y3$	$X^Y2$	$X^Y1$
Sayı değeri			3	B	9	0	A
$3B90A_8$	“	“	$3 \times 16^4 = 196608$	$B \times 16^3 = 45056$	$9 \times 16^2 = 256$	$0 \times 16^1 = 0$	$A \times 16^0 = 10$
Sayıları oluşturan sembollerin konumlarına göre aldıkları değerlikleri toplandıklarında asıl sayı ortaya çıkar.							
$196608 + 45056 + 256 + 0 + 10 = 241930$							

##### b) Onlu Sayı Sisteminde Bir Sayı Değerinin Onaltılı Sayıya Dönüştürülmesi

İŞLEM	BÖLÜM	KALAN	Elde edilen sonuç aşağıdan yukarıya gelecek şekilde yan yana yazılarak onaltılı olarak sonuca ulaşılır. $6FA_{16} = 1786_{10}$
1786:16	111	A	
111:16	6	F	
6:16	1	6	

##### c) Onaltılı Sayı Sisteminde Bir Sayı Değerinin İkili Sayıya Dönüştürülmesi

ONALTILI SAYI	6FA	19B
İKİLİ SAYI	0110 1111 1010	0001 1001 1011

